

# ÚPRAVY LOMENÝCH VÝRAZŮ

(PŘI ÚPRAVÁCH LOMENÝCH VÝRAZŮ JE POTŘEBA **VŽDY** UVÁDĚT PODMÍNKY EXISTENCE)

## KRÁCENÍ A ROZŠIŘOVÁNÍ LOMENÝCH VÝRAZŮ

1. Zkrať dané výrazy:

a.  $\frac{x^2}{2x}$

b.  $\frac{5p(p+2)}{25p}$

c.  $\frac{9m+54}{m+6}$

d.  $\frac{(x+2)^2}{x^2-4}$

e.  $\frac{4u^2-4uv+v^2}{2uz-vz}$

f.  $\frac{2r-10}{r^2-10r+25}$

g.  $\frac{a^2b^2}{a^2b-ab^2}$

h.  $\frac{2(a+5)^2}{2a^2-50}$

a)  $\frac{x}{2}$  [ $x \neq 0$ ], b)  $\frac{p+2}{5}$  [ $p \neq 0$ ], c) 9 [ $m \neq -6$ ], d)  $\frac{x+2}{x-2}$  [ $x \neq \pm 2$ ], e)  $\frac{2u-v}{z}$  [ $z \neq 0; v \neq 2u$ ], f)  $\frac{2}{r-5}$  [ $r \neq 5$ ],  
g)  $\frac{ab}{a-b}$  [ $a \neq 0; b \neq 0; a \neq b$ ], h)  $\frac{a+5}{a-5}$  [ $a \neq \pm 5$ ]

2. Doplň dané zápisy tak, aby platila rovnost.

a.  $\frac{3}{2x} = \frac{\quad}{8x}$

b.  $\frac{7y}{-4x} = \frac{\quad}{28x^2y}$

c.  $\frac{x-y}{4z} = \frac{\quad}{20z(x+y)}$

d.  $\frac{x-y}{x+y} = \frac{\quad}{x^2-y^2}$

e.  $\frac{8a}{a+3} = \frac{\quad}{a^2-9}$

f.  $\frac{2x-y}{x-y} = \frac{\quad}{y-x}$

g.  $5x = \frac{\quad}{10xy}$

h.  $a+5 = \frac{\quad}{a-5}$

a)  $\frac{12}{8x}$  [ $x \neq 0$ ], b)  $\frac{-49xy^2}{28x^2y}$  [ $x \neq 0; y \neq 0$ ], c)  $\frac{5(x-y)(x+y)}{20z(x+y)}$  [ $x \neq -y; z \neq 0$ ], d)  $\frac{(x-y)^2}{x^2-y^2}$  [ $x \neq \pm y$ ], e)  $\frac{8a(a-3)}{a^2-9}$  [ $a \neq \pm 3$ ],  
f)  $\frac{y-2x}{y-x}$  [ $x \neq y$ ], g)  $\frac{50x^2y}{10xy}$  [ $x \neq 0; y \neq 0$ ], h)  $\frac{(a+5)(a-5)}{a-5}$  [ $a \neq 5$ ]

## NÁSOBENÍ A DĚLENÍ LOMENÝCH VÝRAZŮ

1. Proved' násobení, u příkladů g-i ověř správnost výpočtu pro libovolné s:

a.  $\frac{x}{y} \cdot \frac{2y}{3x}$

b.  $\frac{-8ab}{21c} \cdot \frac{7c^2}{16a^3b}$

c.  $\frac{3y}{10xy^2} \cdot (-14x^2yz)$

d.  $(x+y) \cdot \frac{2x}{x+y}$

e.  $\frac{2x-3y}{9y+6x} \cdot (2x+3y)$

f.  $\frac{r-5}{2r} \cdot \frac{6r}{r-5}$

g.  $\frac{3s-1}{2s} \cdot \frac{3s^2}{1-3s}$

h.  $\frac{s+2}{s^2-4} \cdot \frac{s-2}{5s}$

$$i. \frac{2s^2-50}{(s+5)^2} \cdot \frac{15+3s}{5-s}$$

$$k. \frac{(a-b)^2}{a} \cdot \frac{a^2+ab}{a^2-b^2}$$

$$j. \frac{u^2-v^2}{u+2v} \cdot \frac{4v+2u}{u+v}$$

$$l. \frac{u^2-4v^2}{2v+u} \cdot \frac{-3v}{2v-u}$$

$$a) \frac{2}{3}[x \neq 0; y \neq 0], b) \frac{-c}{6a^2}[a \neq 0; b \neq 0; c \neq 0], c) \frac{-21xz}{5}[x \neq 0; y \neq 0], d) 2x[x \neq -y], e) \frac{2x-3y}{3}[x \neq -\frac{3}{2}y], f) 3[r \neq 0; r \neq 5],$$

$$g) \frac{-3s}{2}[s \neq 0; s \neq \frac{1}{3}], h) \frac{1}{5s}[s \neq \pm 2; s \neq 0], i) -6[s \neq \pm 5], j) 2(u-v)[u \neq -v; u \neq -2v], k) a-b[a \neq 0; a \neq \pm b], l) 3v[u \neq \pm 2v]$$

## 2. Vyděl dané lomené výrazy:

$$a. \frac{4x}{y} : \frac{2}{y}$$

$$g. \frac{p^2-1}{p-1} : \frac{p+1}{2p}$$

$$b. \frac{-3x}{15y} : \frac{35y}{21x}$$

$$h. \frac{a^2+ab}{a} : \frac{a^2-b^2}{b}$$

$$c. 2 : \frac{3}{x}$$

$$i. \frac{v-3}{v^2+v} : \frac{3v-9}{v(1+v)}$$

$$d. \frac{12ab^2}{7c} : \frac{8a^2b}{28c^2}$$

$$j. \frac{a^2-25}{a^2+10a+25} : \frac{7a-35}{a^2+5a}$$

$$e. \frac{x-2}{2x} : \frac{2x-4}{6x^2}$$

$$k. \frac{2m+6}{m^2} : \frac{m+3}{m^2-mn}$$

$$f. \frac{-x^2}{1-x} : \frac{2x}{x-1}$$

$$l. \frac{y^2+y}{4y-12} : \frac{7y+7}{4y}$$

$$a) 2x[y \neq 0], b) \frac{-3x^2}{25y^2}[x \neq 0; y \neq 0], c) \frac{2x}{3}[x \neq 0], d) \frac{6bc}{a}[a \neq 0; b \neq 0; c \neq 0], e) \frac{3x}{2}[x \neq 0; x \neq 2], f) \frac{x}{2}[x \neq 0; x \neq 1],$$

$$g) 2p[p \neq 0; p \neq 1], h) \frac{b}{a-b}[a \neq \pm b; a \neq 0], i) \frac{1}{3}[v \neq 0; v \neq -1; v \neq 3], j) \frac{a}{7}[a \neq \pm 5],$$

$$k) \frac{2(m-n)}{m}[m \neq 0; m \neq n; m \neq -3], l) \frac{y^2}{7(y+3)}[y \neq 0; y \neq -3; y \neq -1]$$

## SČÍTÁNÍ A ODČÍTÁNÍ LOMENÝCH VÝRAZŮ

### 1. Pomocí společného jmenovatele sečti nebo odečti dané lomené výrazy:

$$a. \frac{2}{x} + \frac{1}{2x}$$

$$g. \frac{u+v}{2v} + \frac{u-v}{v}$$

$$b. \frac{5a}{6b} + \frac{3a}{8b}$$

$$h. \frac{x+4y}{xy^2} - \frac{2x-y}{x^2y}$$

$$c. \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$$

$$i. \frac{5x^2-2x-1}{x^2y} - \frac{3x-2}{xy}$$

$$d. \frac{3s}{2r} - \frac{5r}{2s}$$

$$j. \frac{2x^2y-y}{x} - xy$$

$$e. \frac{x}{3y} + \frac{x}{2y} - \frac{x}{y}$$

$$k. u - v - \frac{u-v}{4}$$

$$f. \frac{1}{y} - \frac{2}{y^2} + \frac{3}{y^3}$$

$$l. \frac{x+1}{xz} - \frac{y-1}{yz}$$

$$a) \frac{5}{2x}[x \neq 0], b) \frac{29a}{24b}[b \neq 0], c) \frac{x-1}{x^2}[x \neq 0], d) \frac{3s^2-5r^2}{2rs}[r \neq 0; s \neq 0], e) \frac{-x}{6y}[y \neq 0], f) \frac{y^2-2y+3}{y^3}[y \neq 0], g) \frac{3u-v}{2v}[v \neq 0],$$

$$h) \frac{x^2 2xy - y^2}{x^2 y^2} [x \neq 0; y \neq 0], i) \frac{2x^2 - 1}{x^2 y} [x \neq 0; y \neq 0], j) \frac{-y}{x} [x \neq 0], k) \frac{3u - 3v}{4}, l) \frac{1 + y}{xyz} [x \neq 0; y \neq 0; z \neq 0]$$

2. Pomocí společného jmenovatele sečti nebo odečti dané lomené výrazy:

a.  $\frac{2}{y} + \frac{y}{y+2}$

c.  $\frac{2r}{r+s} - \frac{r-5}{s+r}$

b.  $\frac{1}{y+2} + \frac{y}{2(2+y)}$

d.  $\frac{a+1}{a-1} - \frac{a-2}{1-a}$

a)  $\frac{2y+4+y^2}{y(y+2)} [y \neq 0; y \neq -2], b) \frac{2+y}{2(y+2)} [y \neq -2], c) \frac{r+5}{r+s} [r \neq -s], d) \frac{2a-1}{a-1} [a \neq 1]$

3. Zjednoduř, urči podmínky a výpočet ověř pro  $z=-1$ .

a.  $\frac{1+z}{z-1} + \frac{z-2}{1-z}$

d.  $1 - \frac{2z}{z+2}$

b.  $\frac{z-5}{z-3} - \frac{z+5}{3-z}$

e.  $\frac{5}{3(z+2)} + \frac{z+1}{z+2}$

c.  $\frac{1+z}{z-1} + \frac{z+3}{2(1-z)}$

f.  $\frac{3z^2}{z^2-4} - \frac{5z}{z-2}$

a)  $\frac{3}{z-1} [z \neq 1] \text{ Zk } \frac{-3}{2}, b) \frac{2z-10}{z-3} [z \neq 3] \text{ Zk } 3, c) \frac{-1}{z-1} [z \neq 1] \text{ Zk } \frac{1}{2}, d) \frac{2-z}{2+z} [z \neq -2] \text{ Zk } 3, e) \frac{3z+8}{3(z+2)} [z \neq -2] \text{ Zk } \frac{5}{3}, f) \frac{-2z^2-10z}{z^2-4} [z \neq \pm 2] \text{ Zk } \frac{-8}{3}$

4. Vypočítej:

a.  $\frac{1}{x-3} - \frac{3}{2x-6} + \frac{5}{3x-9}$

d.  $\frac{z}{z^2-1} - \frac{z}{(z-1)^2}$

b.  $\frac{1}{x^2-x} - \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x}$

e.  $\frac{a^2+a}{(a+2)^2} - \frac{a-1}{a+2}$

c.  $\frac{z}{z^2+z} + \frac{1}{z^2-z}$

f.  $\frac{2}{p+4} + \frac{2}{4-p} + \frac{p^2}{p^2-16}$

a)  $\frac{7}{6(x-3)} [x \neq 3], b) \frac{-2}{x} [x \neq 0; x \neq 1], c) \frac{z^2+1}{z(z^2-1)} [z \neq 0; z \neq \pm 1], d) \frac{-2z}{(z^2-1)(z-1)} [z \neq \pm 1], e) \frac{2}{(a+2)^2} [a \neq -2], f) 1 [p \neq \pm 4]$

5. Zjednoduř:

a.  $\frac{x}{x+1} \cdot \left(x - \frac{1}{x}\right)$

c.  $\left(1 - \frac{1}{x^2}\right) \cdot \left(\frac{x}{x+1} - x\right)$

b.  $\frac{x}{x-1} \cdot \left(x - \frac{1}{x}\right)$

d.  $\left(1 - \frac{4}{x^2}\right) \cdot \left(\frac{2x}{x-2} + x\right)$

a)  $x-1 [x \neq 0; x \neq -1], b) -x-1 [x \neq 0; x \neq 1], c) -x+1 [x \neq 0; x \neq -1], d) x+2 [x \neq 0; x \neq 2]$

6. Zjednoduř:

a.  $\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{s}\right) : \frac{r+s}{2rs}$

c.  $\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s}\right) : \frac{r-s}{rs}$

b.  $\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s}\right) : \frac{s^2-r^2}{s+r}$

d.  $\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{s}\right) : \frac{r^2-s^2}{s-r}$

a)  $2 [r \neq 0; s \neq 0], b) \frac{1}{rs} [r \neq 0; s \neq 0; r \neq \pm s], c) -1 [r \neq 0; s \neq 0; r \neq s], d) \frac{-1}{rs} [r \neq 0; s \neq 0; r \neq \pm s]$

7. Zjednoduř:

a.  $\frac{x}{x+y} \cdot \left(x - \frac{y^2}{x}\right)$

d.  $\left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}\right) : \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}\right)$

b.  $\left(\frac{xy}{x+y} - x\right) \cdot \frac{y+x}{x^2}$

e.  $\left(1 + \frac{8}{x} + \frac{16}{x^2}\right) : \left(1 + \frac{4}{x}\right)$

c.  $\left(\frac{2}{y} - \frac{4}{x}\right) : \left(\frac{3}{y} - \frac{6}{x}\right)$

f.  $\left(x + 1 - \frac{1}{1-x}\right) : \left(x - \frac{x^2}{x-1}\right)$

a)  $x - y$  [ $x \neq 0$ ;  $x \neq -y$ ], b)  $-1$  [ $x \neq 0$ ;  $x \neq \pm y$ ], c)  $\frac{2}{3}$  [ $x \neq 0$ ;  $y \neq 0$ ;  $x \neq 2y$ ], d)  $\frac{x^2 + y^2}{y^2 - x^2}$  [ $x \neq 0$ ;  $y \neq 0$ ;  $x \neq \pm y$ ],

e)  $\frac{x+4}{x}$  [ $x \neq 0$ ;  $x \neq -4$ ], f)  $-x$  [ $x \neq 0$ ;  $x \neq 1$ ]

## SLOŽENÉ LOMENÉ VÝRAZY

1. Zjednoduř složené lomené výrazy. Nezapomeň, že „zlomek je dělení“:

a.  $\frac{\frac{3x}{8}}{\frac{6x}{4}}$

e.  $\frac{5x^2y}{\frac{-1}{3xy}}$

b.  $\frac{\frac{1}{3x}}{\frac{1}{15x^2}}$

f.  $\frac{1}{\frac{24xy}{3z}}$

c.  $\frac{\frac{-3x^2}{-5}}{\frac{-9x}{25}}$

g.  $\frac{\frac{10xy^2}{3x^2y}}{\frac{-2x}{9x^2y}}$

d.  $\frac{\frac{4x^4}{3x^2}}{\frac{10x}{-27}}$

h.  $\frac{\frac{18xy}{-13z}}{\frac{-27x^2}{26yz}}$

a)  $\frac{1}{4}$  [ $x \neq 0$ ], b)  $5x$  [ $x \neq 0$ ], c)  $\frac{-5x}{3}$  [ $x \neq 0$ ], d)  $\frac{-18x}{5}$  [ $x \neq 0$ ], e)  $-15x^3y^2$  [ $x \neq 0$ ;  $y \neq 0$ ], f)  $\frac{z}{8xy}$  [ $x \neq 0$ ;  $y \neq 0$ ;  $z \neq 0$ ],

g)  $-15y^2$  [ $x \neq 0$ ;  $y \neq 0$ ], h)  $\frac{4y^2}{3x}$  [ $x \neq 0$ ;  $y \neq 0$ ;  $z \neq 0$ ]

2. Zjednoduř:

a.  $\frac{\frac{(m+7)^2}{3+m}}{2m+14}$

c.  $\frac{\frac{2rs}{s+r}}{s - \frac{s^2}{r+s}}$

b.  $\frac{\frac{p-2}{p+2}}{\frac{p^2-4}{(p+2)^2}}$

d.  $\frac{\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2}}{\frac{4x+8}{(x+2)^2}}$

a)  $\frac{m+7}{2}$  [ $m \neq -7$ ;  $m \neq -3$ ], b)  $1$  [ $p \neq \pm 1$ ], c)  $2$  [ $r \neq 0$ ;  $s \neq 0$ ;  $r \neq -s$ ], d)  $\frac{1}{x-2}$  [ $x \neq \pm 2$ ]

## PRO ODVÁŽNÉ

a.  $\frac{\frac{r+s}{r-s} - \frac{r-s}{r+s} - \frac{4s^2}{r^2-s^2}}{1 - \frac{r}{r+s}}$

b.  $1 - \frac{t}{1 + \frac{1}{t-1}}$

a)  $4$  [ $r \neq \pm s$ ;  $s \neq 0$ ], b)  $2 - t$  [ $t \neq 1$ ;  $t \neq 0$ ]